

62.03 Física II A / 62.04 Física II B / 82.02 Física II

Departamento de Física

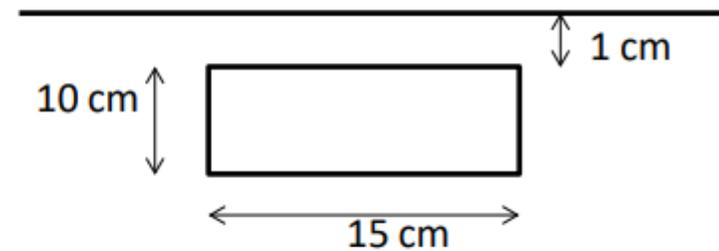


.UBAfiuba 
FACULTAD DE INGENIERÍA



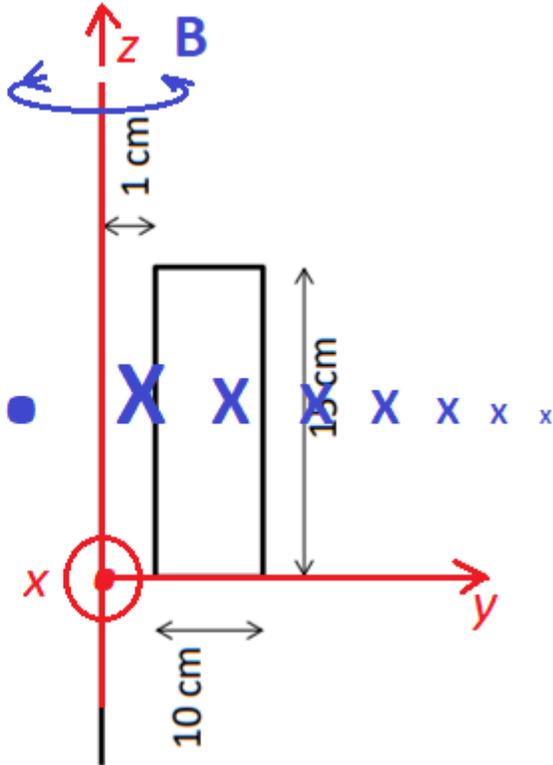
Guía 7: Inducción electromagnética

11. a) Calcular la inductancia mutua entre un conductor recto de largo 10m y una bobina rectangular de 10cm por 15 cm como la indicada en la figura. b) Si la resistencia de la bobina es $R=10\Omega$ y por el conductor recto circula una corriente $i = 5 \cos(9t)$ (donde i está en Ampere y t en segundos) calcular la fem y corriente inducidas en la bobina. Discutir el signo de las mismas y su dependencia con el sentido de la corriente en el conductor recto c) ¿Cómo se modifican los valores obtenidos en b) si la bobina rectangular tiene N_1 espiras estrechamente arrolladas



a) ¿Cual calculamos M_{21} o M_{12} ?

- 1: Hilo infinito con corriente hacia arriba
- 2: Espira rectangular



$$M_{21} = \frac{d\Phi_{21}}{di_1} \quad \text{donde} \quad \Phi_{21} = \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}$$

$$M_{12} = \frac{d\Phi_{12}}{di_2} \quad \text{donde} \quad \Phi_{12} = \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}$$

Calculamos \vec{B}_1 a partir de Ampere (el largo del hilo es casi 7 veces mayor a h):

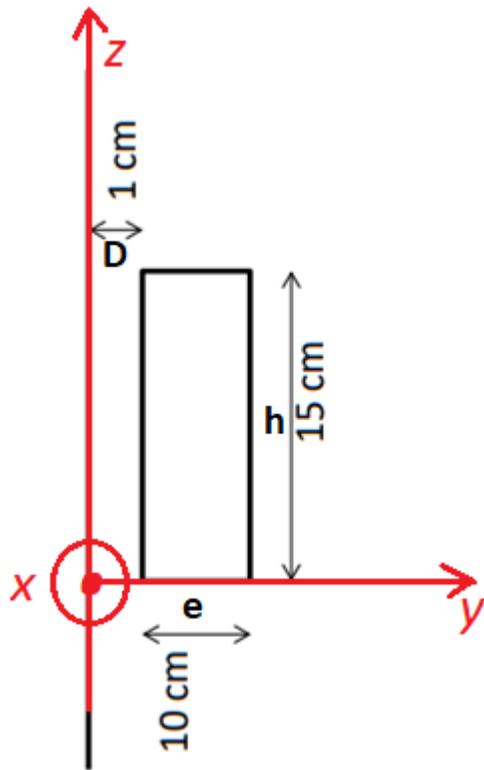
$$\vec{B}_1(\rho) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\rho} \hat{\phi}$$

Especializando en el plano de la espira y tomando el sistema de referencia de la figura (la corriente la suponemos hacia arriba)

$$\vec{B}_1(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y} \hat{-x}$$

Para calcular el flujo de \vec{B}_1 en la espira tomamos como sentido de circulación positivo al sentido horario, de modo que la normal a la superficie determinada por la espira es $\hat{n} = -\hat{x}$

$$\text{Calculemos } \Phi_{21} = \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = \int_0^h \int_D^{D+e} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y} (-\hat{x}) \cdot dy dz (-\hat{x}) = \frac{\mu_0 h i_1}{2\pi} \ln\left(\frac{D+e}{D}\right)$$



$$M_{21} = \frac{d\Phi_{21}}{di_1} = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(\frac{D+e}{D}\right)$$

$$M_{21} = 0,03 \mu\text{Hy}$$

M depende únicamente: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Geometría} \\ \text{separación y orientación} \\ \text{propiedades del medio} \\ \text{NO depende de la corriente} \\ \text{SIEMPRE es positiva} \end{array} \right.$

$$[M_{21}] = \frac{\text{Nm}}{\text{A}^2} = \frac{\text{Weber}}{\text{A}} = \frac{\text{T}}{\text{m}^2 \text{A}} = \text{Hy}$$

Por el teorema de reciprocidad para medios lineales:

$$M_{21} = M_{12} = M = 0,03 \mu\text{Hy}$$

b) Si $R=10\Omega$ e $I_1 = 9A \cos\left(\frac{9}{s}t\right)$

Usamos la Ley de Faraday para calcular la *fem*

$$fem = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{di} \frac{di}{dt} = -M \frac{di}{dt}$$

$$fem = -\frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(\frac{D+e}{D}\right) \frac{di_1}{dt} = 2,43 \mu\text{V} \text{sen}\left(\frac{9}{s}t\right)$$

Para calcular la corriente inducida usamos la Ley de Ohm

$$V = i \cdot R \Rightarrow i_{ind} = fem/R$$

$$i_{ind} = 0,24 \mu A \text{ sen} \left(\frac{9}{s} t \right)$$

Analicemos el signo de la fem y el sentido de la corriente inducida:

□ Tomemos valores de t

que cumplan:

$$0 \leq \frac{9}{s} t \leq \frac{\pi}{2}$$

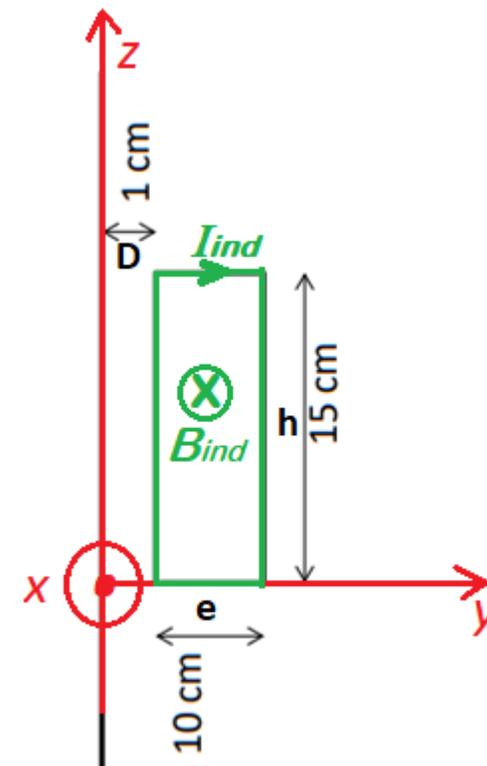
$$fem \geq 0$$

$$i_{ind} \geq 0$$

- Recordemos que al calcular el flujo, la normal a la espira se eligió entrante, (el sentido horario es positivo)

• La corriente inducida circula en sentido horario.

• El campo inducido es entrante en la espira, reforzando así al campo del hilo. Esto es lo correcto, ya que el flujo disminuye con el tiempo en el intervalo analizado.



□ Tomemos valores de t que

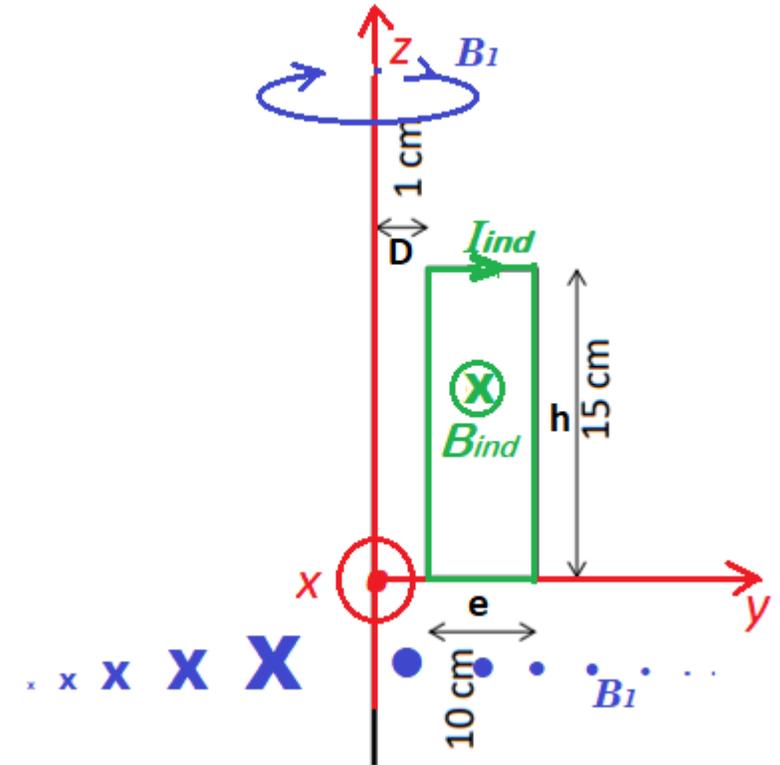
$$\text{cumplan: } \frac{\pi}{2} \leq \frac{9}{s} t \leq \pi$$

$$fem \geq 0$$

$$i_{ind} \geq 0$$

- La corriente en el conductor recto es hacia abajo.
- B_1 cambia de sentido y aumenta en el tiempo (en este intervalo) en sentido \hat{x} .
- Faraday -Lenz nos dice que la corriente inducida produce campos magnéticos que tienden a oponerse al cambio del flujo magnético (en este caso, se oponen a este aumento del flujo)

- La corriente inducida debe ser horaria, y el campo inducido se opone al campo del hilo y mantiene el sentido anterior .



□ Para valores de t que cumplan:

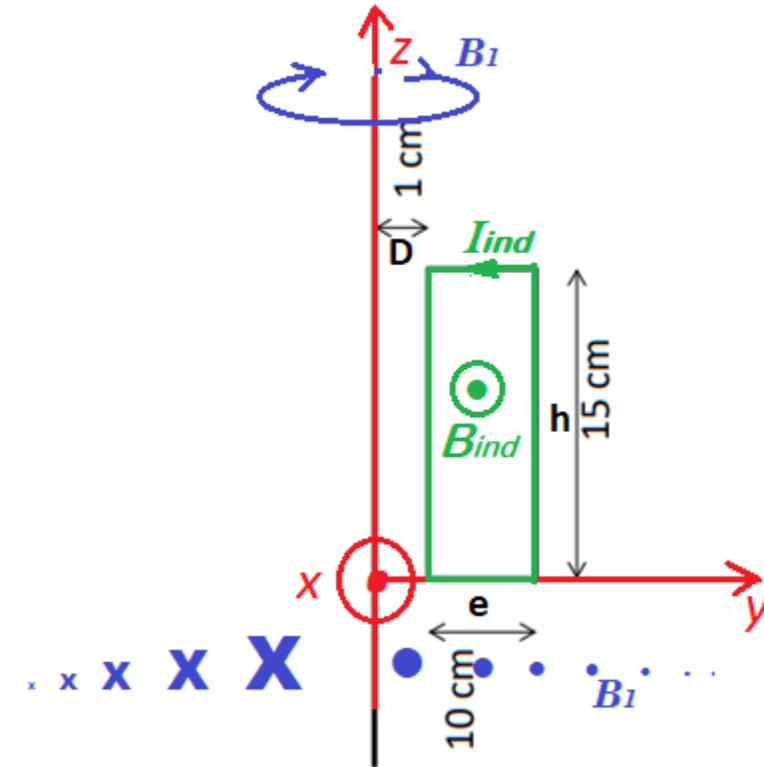
$$\pi \leq \frac{9}{s}t \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$fem \leq 0$$

$$i_{ind} \leq 0$$

- La corriente en el conductor recto sigue siendo hacia abajo.
- B_1 disminuye en el tiempo (en este intervalo), en sentido \hat{x} .
- Faraday Lenz se oponen al cambio (a esta disminución del flujo)

- La corriente inducida cambia su sentido, y el campo inducido tiene el sentido de B_1



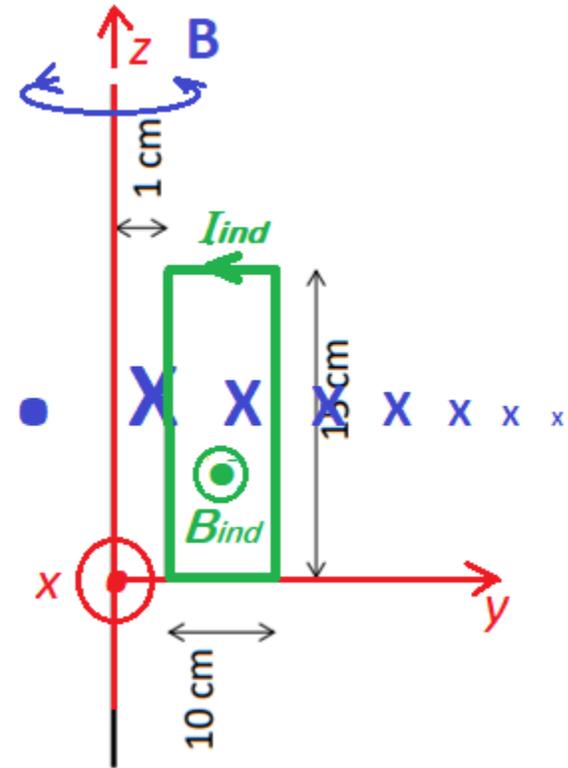
□ Para valores de t que cumplan:

$$\frac{3\pi}{2} \leq \frac{9}{s}t \leq 2\pi$$

$$fem \leq 0$$

$$i_{ind} \leq 0$$

- La corriente en el conductor recto es hacia arriba.
- B_1 aumenta en el tiempo (en este intervalo), en sentido $\widehat{-x}$.
- Faraday Lenz se oponen al cambio (a este aumento del flujo)
- La corriente inducida mantiene el sentido del intervalo anterior, y el campo inducido es opuesto al sentido de B_1



c) Si la bobina tiene N espiras estrechamente arrolladas

- El campo del hilo infinito, no depende de la bobina.
- El Flujo calculado era a través de una SOLA espira

- $\Phi_{21}^N = N\Phi_{21} = \frac{\mu_0 h i_1 N}{2\pi} \ln\left(\frac{D+e}{D}\right)$

- $M_{21} = \frac{d\Phi_{21}^N}{di_1} = \frac{\mu_0 h N}{2\pi} \ln\left(\frac{D+e}{D}\right)$

- $fem = 2,43\mu V N sen\left(\frac{9}{s}t\right)$

- $i_{ind} = 0,24\mu A N sen\left(\frac{9}{s}t\right)$